

湖南省 2014 届高三四校联考试题(理科数学)

因命题老师疏忽大意,原第 19(2)的答案有误,现更正如下。为公平起见建议老师阅卷时两种方法都给满分,但在给学生讲解时以更正解法为准。

19. (2)坡面 AC 所在直线方程为 $y = \frac{n}{m}x - 16$,

作 AC 的平行线与抛物线相切,记切点为 P,

则抛物线在点 P 处的切线斜率为 $k = y' = \frac{32}{m^2}x + \frac{n-16}{m}$ (6 分)

$$\text{令 } \frac{32}{m^2}x + \frac{n-16}{m} = \frac{n}{m}$$

$$\therefore x = \frac{m}{2} \in (0, m), \text{ 且 } y = \frac{n}{2} - 4 \text{ (8 分)}$$

又人脑所在的直线方程是: $y = \frac{n}{m}x - 14.2$

\therefore 切点 $P\left(\frac{m}{2}, \frac{n}{2} - 4\right)$ 到直线 $y = \frac{n}{m}x - 14.2$ 的距离是:

$$d = \frac{\left| -\frac{n}{m} \cdot \frac{m}{2} + \frac{n}{2} - 4 + 14.2 \right|}{\sqrt{\frac{n^2}{m^2} + 1}} = \frac{10.2}{\sqrt{\frac{n^2}{m^2} + 1}} \text{ (10 分)}$$

①若 $\sqrt{\frac{n^2}{m^2} + 1} \geq \frac{10.2}{10}$, 即 $\frac{n}{m} \geq \frac{\sqrt{101}}{50}$ 时, $d \leq 10$ 有危险.

②若 $\sqrt{\frac{n^2}{m^2} + 1} < \frac{10.2}{10}$, 即 $\frac{n}{m} < \frac{\sqrt{101}}{50}$ 时, $d > 10$, 没有危险. (13 分)